| | |
|---|---|
| ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ : | ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ |
| ΣΕΙΡΑ: | |
| ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: | |
| ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: | |

## ΘΕΜΑ Α

**Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις (Α1 - Α4) και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.**

**Α1)** Σύστημα ελατηρίου – σώματος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α και ολικής ενέργειας Ε. Αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος, χωρίς να μεταβάλλουμε τα φυσικά χαρακτηριστικά του, η ολική ενέργεια θα γίνει:

**α)** $2E$. **β)** $\frac{E}{4}$. **γ)** $4E$. **δ)** $\frac{E}{2}$.

**Μονάδες 5**

**Α2)** Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με πλάτος που μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο σύμφωνα με τη σχέση: $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου $A_0$ το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t = 0$ και $\Lambda$ θετική σταθερά. Αν $A_1$ και $A_2$ είναι τα πλάτη της φθίνουσας ταλάντωσης στο τέλος της πρώτης και της δεύτερης περιόδου αντίστοιχα τότε ισχύει:

**α)** $\frac{A_1}{A_0} = \frac{A_1}{A_2}$ **β)** $A_1 = \frac{A_0 + A_2}{2}$ **γ)** $A_1^2 = A_0 \cdot A_2$ **δ)** $A_2^2 = A_1 \cdot A_0$

**Μονάδες 5**

**Α3)** Δυο σύγχρονες πηγές κυμάτων $\Pi_1$ και $\Pi_2$ δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού πανομοιότυπα εγκάρσια κύματα πλάτους Α και μήκους κύματος $\lambda$. Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει από την πηγή $\Pi_1$ απόσταση $r_1 = \lambda$ και από την πηγή $\Pi_2$ απόσταση $r_2 = 2\lambda$. Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Σ, μετά τη συμβολή των δυο κυμάτων στο σημείο αυτό ισούται με:

**α)** 0 **β)** Α **γ)** 2Α **δ)** $\frac{A}{2}$

**Μονάδες 5**

**Α4)** Ένας τροχός ακτίνας $R$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega$. Το μέτρο της ταχύτητας ενός σημείου Α της περιφέρειας του τροχού, το οποίο τη χρονική στιγμή $t$ απέχει απόσταση $d = R$ από το έδαφος, είναι ίσο με:

**α)** 0 **β)** $\omega$ **γ)** $2\omega R$ **δ)** $\sqrt{2}\omega R$

**Μονάδες 5**

**Α5) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.**

**α)** Όταν ένα στερεό σώμα εκτελεί μεταφορική κίνηση το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο τυχαία σημεία του σώματος μετατοπίζεται παράλληλα προς τον εαυτό του **Μονάδα 1**

**β)** Με την πάροδο του χρόνου και καθώς τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται η τιμή της σταθεράς απόσβεσης αυξάνεται. **Μονάδα 1**

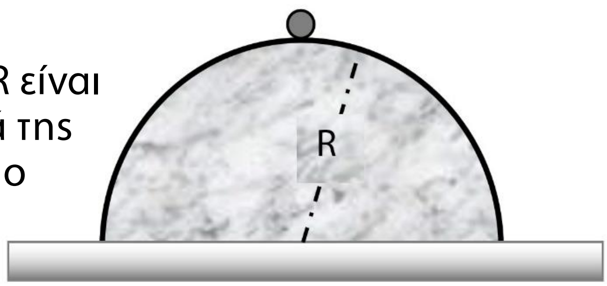
**γ)** Δύο σώματα που κινούνται προς αντίθετες κατευθύνσεις συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Αν κατά την κρούση των δύο σωμάτων η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος τους μετατρέπεται εξ' ολοκλήρου σε θερμότητα, τότε τα σώματα πριν την κρούση έχουν αντίθετες ορμές. **Μονάδα 1**

**δ)** Ένας παρατηρητής βρίσκεται ακίνητος στην αποβάθρα ενός σταθμού την ώρα που πλησιάζει ένα τρένο, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η σειρήνα του τρένου εκπέμπει ήχο συχνότητας $f_S$ και μήκους κύματος λ. Το μήκος κύματος του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι μικρότερο από το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπει η σειρήνα του τρένου. **Μονάδα 1**

**ε)** Σε ένα οριζόντιο σωλήνα μεταβλητής διατομής ρέει ιδανικό ρευστό με συνεχή και στρωτή ροή. Όταν αυξάνεται το εμβαδόν διατομής του σωλήνα η ταχύτητα ροής του ρευστού αυξάνεται και η πίεση μειώνεται.

**Μονάδα 1**

## ΘΕΜΑ Β




**Β1)** Ημισφαιρική επιφάνεια ακτίνας R είναι τοποθετημένη με την επίπεδη πλευρά της πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Σφαιρίδιο μάζας m και πολύ μικρής (σε σχέση με την R) ακτίνας r, αφήνεται στην κορυφή του ημισφαιρίου και αρχίζει να κυλάει χωρίς να ολισθαίνει πάνω στην καμπύλη επιφάνεια του, προς το οριζόντιο επίπεδο.

Το σφαιρίδιο θα χάσει την επαφή του με την επιφάνεια σε ύψος :

**α)** $h=\frac{9R}{11}$ **β)** $h=\frac{10R}{19}$ **γ)** $h=\frac{10R}{17}$ **δ)** $h=\frac{12R}{17}$

από το έδαφος.

Να βρείτε τη σωστή απάντηση **Μονάδες 2**
και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 5**

Δίνεται για το σφαιρίδιο : $I=\frac{2}{5}mr^2$

**Β2)** Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί, βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές $Π_1$ και $Π_2$, που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα ίσου πλάτους, συχνότητας f=5Hz και διαδίδονται με ταχύτητα υ=2m/sec. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας τους και κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση, την οποία θεωρούμε θετική. Η απόσταση των δύο πηγών είναι d=2m.

**Α)** Τα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τις δύο πηγές που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος είναι:

**α)** 9 **β)** 11 **γ)** 13

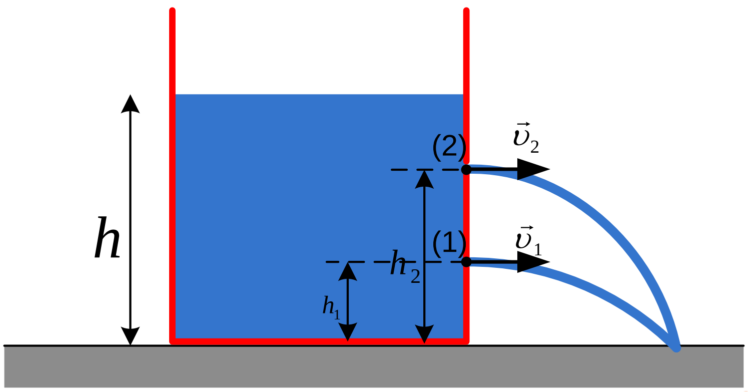
Να βρείτε τη σωστή απάντηση **Μονάδες 1**
και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 4**

**Β)** Ένα σημείο Μ που βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τις δύο πηγές, είναι το τέταρτο σημείο δεξιά της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1$ $Π_2$ που ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος. Ένα σημείο Ν που βρίσκεται πάνω στην ημιευθεία Μy η οποία είναι κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα $Π_1$ $Π_2$ θα ταλαντώνεται με το ίδιο πλάτος που ταλαντώνεται και το σημείο Μ αν και μόνο αν απέχει από τις δύο πηγές αποστάσεις:

**α)** $\frac{9}{15}m \;\; και \;\; \frac{27}{15}m$ **β)** $\frac{11}{15}m \;\; και \;\; \frac{29}{15}m$ **γ)** $\frac{13}{15}m \;\; και \;\; \frac{31}{15}m$

Να βρείτε τη σωστή απάντηση **Μονάδες 1**
και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 4**

**B3)** Το ανοιχτό κυλινδρικό δοχείο του παρακάτω σχήματος έχει ύψος $h$ και είναι γεμάτο με νερό.



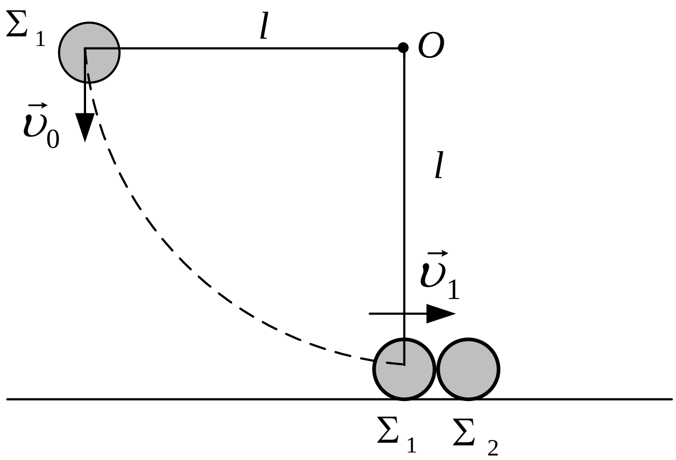

Στο πλευρικό τοίχωμα του δοχείου ανοίγουμε μια πολύ μικρή οπή (1), σε ύψος $h_1 = 0{,}1h$ πάνω από την βάση του δοχείου. Το ύψος $h_2$ πάνω από την βάση του δοχείου στο οποίο πρέπει να ανοίξουμε μια δεύτερη πολύ μικρή οπή (2), ώστε οι φλέβες του νερού που εξέρχονται από τις οπές (1) και (2) να πέφτουν στο ίδιο σημείο του εδάφους είναι:

**α)** $h_2 = 0{,}5h$ **β)** $h_2 = 0{,}6h$ **γ)** $h_2 = 0{,}9h$

Να βρείτε τη σωστή απάντηση **Μονάδες 2**
και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

## ΘΕΜΑ Γ

Ένα πολύ μικρό σώμα $\Sigma_1$ μάζας $m_1$ ισορροπεί δεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $l$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο Ο.
Εκτρέπουμε το σώμα $\Sigma_1$ από τη θέση ισορροπίας του, ώστε το τεντωμένο νήμα να γίνει οριζόντιο και στη συνέχεια το εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, όπως φαίνεται στο σχήμα.
Τη χρονική στιγμή κατά την οποία το νήμα γίνεται κατακόρυφο για πρώτη φορά, το σώμα $\Sigma_1$ συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 10\,\frac{m}{s}$ κεντρικά και ελαστικά με σώμα $\Sigma_2$ μάζας $m_2$, που είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο.
Αμέσως μετά την κρούση το σώμα $\Sigma_1$ κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1' = 5\,\frac{m}{s}$ και επανέρχεται στην αρχική του θέση, όπου το νήμα είναι οριζόντιο και τεντωμένο, με μηδενική ταχύτητα.
Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος $\Sigma_2$ και του οριζόντιου επιπέδου είναι $\mu = 0{,}2$.




Να υπολογίσετε:

**α)** Το λόγο των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$. **Μονάδες 6**

**β)** Το διάστημα που διανύει το σώμα $\Sigma_2$ στο οριζόντιο δάπεδο από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία ακινητοποιείται. **Μονάδες 6**

**γ)** Το μήκος $l$ του νήματος. **Μονάδες 6**

**δ)** Το επί τοις εκατό ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος $\Sigma_1$ που μεταβιβάστηκε στο σώμα $\Sigma_2$ κατά την κρούση. **Μονάδες 7**

Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$.

## ΘΕΜΑ Δ

Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου με Κ=400 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο έδαφος, βρίσκεται δεμένο σώμα μάζας $m_1$= 3kg. Ένα δεύτερο σώμα με $m_2$= 1kg βρίσκεται τοποθετημένο πάνω στο $m_1$. Το σύστημα των σωμάτων, που αρχικά ισορροπεί, εκτρέπεται προς τα κάτω κατά d=0,2 m και τη χρονική στιγμή t=0 αφήνεται ελεύθερο να εκτελέσει Α.Α.Τ.

**α)** Να υπολογιστεί η σταθερά επαναφοράς κάθε σώματος. **Μονάδες 6**

**β)** Να βρεθεί η ταχύτητα του συστήματος των σωμάτων στην θέση που η μεταξύ τους επαφή χάνεται. **Μονάδες 6**

Αμέσως μόλις το σώμα $m_2$ χάσει την επαφή του με το $m_1$ , δέχεται μια στιγμιαία ώθηση και η ταχύτητα του γίνεται $\upsilon_1 = 4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

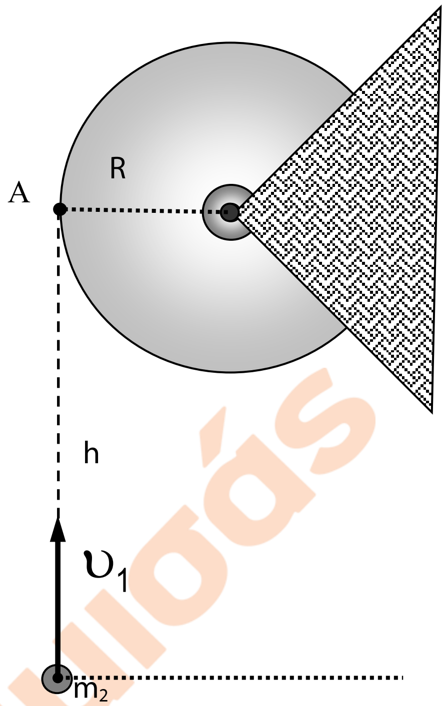
Εκτελώντας κατακόρυφη βολή προς τα πάνω, το σώμα καρφώνεται στο σημείο Α (σε ύψος h=0,6 m) της περιφέρειας ομογενούς δίσκου μάζας M=2kg και ακτίνας R=0,2 m, ο οποίος μπορεί να περιστρέφεται ως προς σταθερό άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο του.

**γ)** Με πόση γωνιακή ταχύτητα $\omega_o$ θα αρχίσει να περιστρέφεται το σύστημα δίσκος – $m_2$, αμέσως μετά την κρούση;

**Μονάδες 6**

**δ)** Πόση είναι η γωνίας περιστροφής του δίσκου από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι το συσσωμάτωμα να σταματήσει στιγμιαία;

**Μονάδες 7**




Δίνονται για το δίσκο $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$

και $g = 10\frac{m}{sec^2}$

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Α

**Α1)** γ **Α2)** γ **Α3)** γ **Α4)** δ

**Α5)** **α)** Σωστό **β)** Λάθος **γ)** Σωστό **δ)** Σωστό **ε)** Λάθος

### ΘΕΜΑ Β

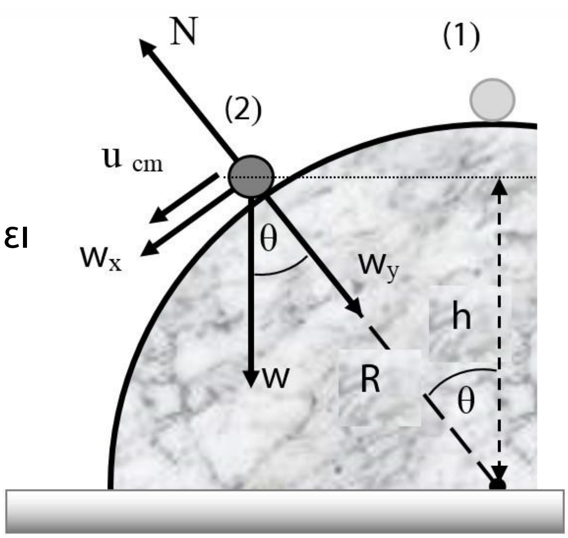
**Β1)** **<u>Σωστή απάντηση είναι η (γ)</u>**

Κατά την κίνηση του σφαιριδίου πάνω στη σφαιρική επιφάνεια, η συνισταμένη δύναμη στη διεύθυνση της ακτίνας παίζει το ρόλο κεντρομόλου δύναμης.

Άρα : $\Sigma F_y = F_{κεντρ} \Leftrightarrow w_y - N = \frac{m\,u_{cm}^2}{R}$.

Στη θέση που το σφαιρίδιο χάνει επαφή με την επιφάνεια πάνω στην οποία κυλάει χωρίς να ολισθαίνει, ισχύει $N = 0$.

Άρα : $w_y = \frac{m\,u_{cm}^2}{R} \Leftrightarrow u_{cm} = \sqrt{\frac{w_y R}{m}} =$



$= \sqrt{\dfrac{mgR\,\sigma\upsilon\nu\theta}{m}} = \sqrt{\dfrac{mgR\,{}^{h}\!/_{R}}{m}} \Leftrightarrow u_{cm} = \sqrt{gh}\ (1)$. Με χρήση της Α.Δ.Μ.Ε. ανάμεσα στις θέσεις (1) και (2) παίρνουμε :

$$mgR = mgh + \frac{1}{2}mu_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \Leftrightarrow mgR = mgh + \frac{1}{2}mu_{cm}^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^2\omega^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow mgR = mgh + \frac{1}{2}mu_{cm}^2 + \frac{1}{5}mu_{cm}^2 \Leftrightarrow gR = gh + \frac{7}{10}u_{cm}^2 \Leftrightarrow$$

$g(R-h) = \dfrac{7}{10}u_{cm}^2 \Leftrightarrow u_{cm} = \sqrt{\dfrac{10g(R-h)}{7}}\ (2)$. Από τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε : $\sqrt{\dfrac{10g(R-h)}{7}} = \sqrt{gh} \Leftrightarrow \dfrac{10(R-h)}{7} = h \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 10R - 10h = 7h \Leftrightarrow 10R = 17h \Leftrightarrow h = \frac{10R}{17}.$$

**Β2) Α) <u>Σωστή απάντηση είναι η α</u>**

Το μήκος κύματος των δύο πηγών είναι

$$\upsilon = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{2}{5} \Rightarrow \lambda = 0{,}4m$$

Έστω $r_1$ και $r_2$ οι αποστάσεις ενός σημείου Λ από τις δύο πηγές, που ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος. Για το σημείο αυτό ισχύει:

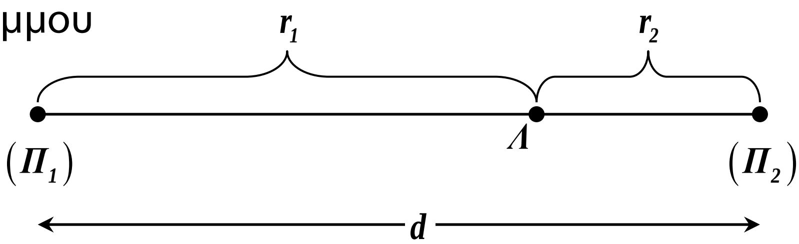
$$r_1 - r_2 = N \cdot \lambda \overset{\lambda=0,4m}{\Rightarrow} r_1 - r_2 = 0{,}4\,N \quad \mathbf{(1)}$$

$$r_1 + r_2 = d \Rightarrow r_1 + r_2 = 2 \quad \mathbf{(2)}$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις προκύπτει $r_1 = 0{,}2N + 1$ και επειδή $0 < r_1 < d$ τελικά έχουμε: $0 < 0{,}2N + 1 < 2 \Rightarrow -1 < 0{,}2N < 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow -5 < N < 5 \overset{N\ \alpha\kappa\acute{\varepsilon}\rho\alpha\iota o\varsigma}{\Rightarrow} N = -4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4$$

Οπότε 9 σημεία του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τις δύο πηγές ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.



**B) <u>Σωστή απάντηση είναι η β.</u>**

Όπως φαίνεται και στο σχήμα, αφού το σημείο Ν είναι πάνω στην ημιευθεία Μy και ταλαντώνεται και αυτό με μέγιστο πλάτος, θα βρίσκεται στην τρίτη υπερβολή ενίσχυσης δεξιά της μεσοκαθέτου (N=3). Αν $d_1$, $d_2$ και $x_1$, $x_2$ οι αποστάσεις των σημείων Ν και Μ από τις δύο πηγές $Π_1$ και $Π_2$ αντίστοιχα, τότε ισχύουν οι σχέσεις:

$x_1 - x_2 = N \cdot \lambda \overset{\lambda=0,4m,\, N=4}{\Rightarrow} \boxed{x_1 - x_2 = 1,6}$ **(1)** και $x_1 + x_2 = d \overset{d=2m}{\Rightarrow} \boxed{x_1 + x_2 = 2}$ **(2)**

Απ΄ τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει $x_1 = 1,8\,m$ και $x_2 = 0,2\,m$

$d_1 - d_2 = N \cdot \lambda \overset{\lambda=0,4m,\, N=3}{\Rightarrow} \boxed{d_1 - d_2 = 1,2}$ **(3)**

Όμως εφαρμόζοντας το πυθαγόρειο θεώρημα στα ορθογώνια τρίγωνα $ΝΜΠ_1$ και $ΝΜΠ_2$ έχουμε: $x_1^2 + s^2 = d_1^2 \Rightarrow \boxed{d_1^2 - x_1^2 = s^2}$ **(4)** και

$x_2^2 + s^2 = d_2^2 \Rightarrow \boxed{d_2^2 - x_2^2 = s^2}$ **(5)** Αφαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις (4) και (5)

$d_1^2 - d_2^2 - x_1^2 + x_2^2 = 0 \Rightarrow d_1^2 - d_2^2 = x_1^2 - x_2^2 \Rightarrow$

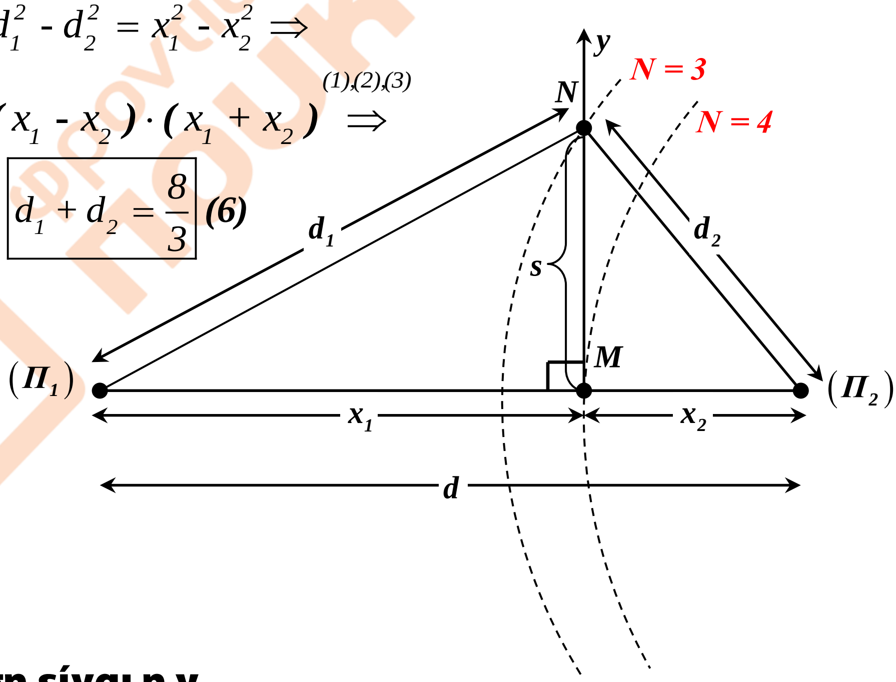
$(d_1 - d_2) \cdot (d_1 + d_2) = (x_1 - x_2) \cdot (x_1 + x_2) \overset{(1),(2),(3)}{\Rightarrow}$

$1,2 \cdot (d_1 + d_2) = 1,6 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{d_1 + d_2 = \frac{8}{3}}$ **(6)**

Απ΄ τις σχέσεις (3), (6) προκύπτει

$d_1 = \frac{29}{15} m$

και $d_2 = \frac{11}{15} m$




**B3) <u>Σωστή απάντηση είναι η γ.</u>**

Έστω $\upsilon_1$ το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εκτοξεύεται το νερό από τις οπές (1) και (2). Από το θεώρημα του Torricelli προκύπτει:

$\upsilon_1 = \sqrt{2g(h - h_1)}$ (1) και $\upsilon_2 = \sqrt{2g(h - h_2)}$ (2).

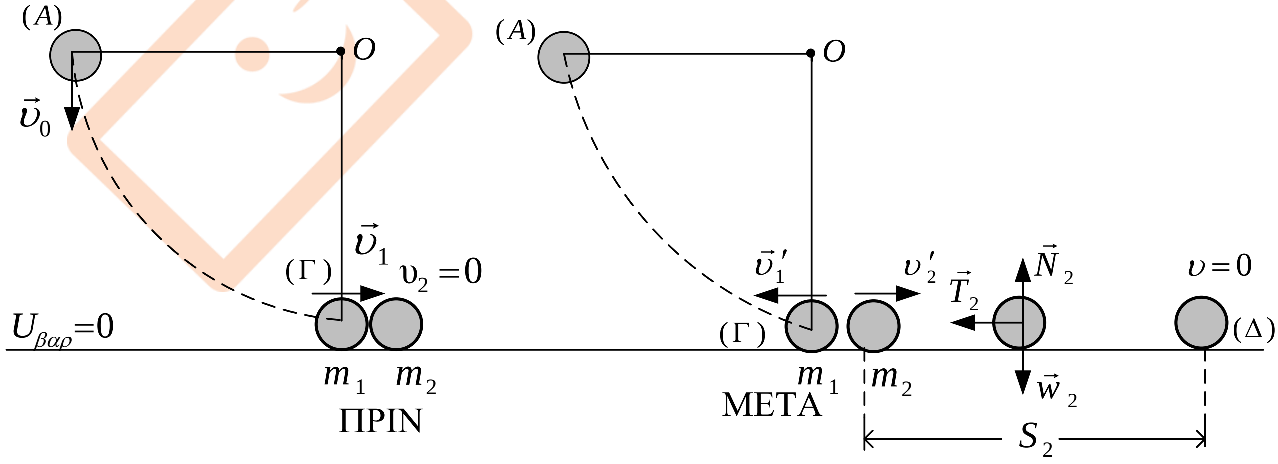
Έστω $t_1$ ο χρόνος πτώσης της φλέβας του νερού που εκτοξεύεται από την οπή (1). Ισχύει: $h_1 = \frac{1}{2}gt_1$ ή $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ (3).

Το βεληνεκές $x_1$ της φλέβας του νερού που εκτοξεύεται από την οπή (1) είναι: $x_1 = \upsilon_1 t_1$ ή λόγω των σχέσεων (2) και (3): $x_1 = 2\sqrt{(h-h_1)h_1}$ (4).
Ομοίως το βεληνεκές της φλέβας του νερού που εκτοξεύεται από την οπή (2) θα είναι: $x_2 = 2\sqrt{(h-h_2)h_2}$ (5).
Επειδή είναι $x_1 = x_2$, από τις σχέσεις (4) και (5) προκύπτει:
$2\sqrt{(h-h_1)h_1} = 2\sqrt{(h-h_2)h_2}$ ή $(h-h_1)h_1 = (h-h_2)h_2$ ή
$hh_1 - h_1^2 = hh_2 - h_2^2$ ή $h_2^2 - hh_2 + hh_1 - h_1^2 = 0$
ή $h_2^2 - hh_2 + h0{,}1h - (0{,}1h)^2 = 0$ ή $h_2^2 - hh_2 - 0{,}09h = 0$ (6).
Η διακρίνουσα της εξίσωσης (6) είναι: $\Delta = h^2 - 0{,}36h^2$ ή $\Delta = 0{,}64h^2$.
Οι λύσεις της εξίσωσης (6) είναι: $h_2 = 0{,}1h$ ή $h_2 = 0{,}9h$. Η πρώτη λύση απορρίπτεται γιατί αντιστοιχεί στο ύψος που έχει ανοιχτεί η πρώτη οπή.

## ΘΕΜΑ Γ

**α) Ισχύει:** $\upsilon_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1$ **ή** $-5 = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}10$ **ή** $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

**β)** Έστω $\upsilon_2'$ το μέτρο της ταχύτητας του σώματος $\Sigma_2$ αμέσως μετά την κρούση




Ισχύει $\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1$ ή $\upsilon_2' = 5\,\frac{m}{s}$

Έστω $S_2$ το διάστημα που διανύει το σώμα $\Sigma_2$ μετά την κρούση μέχρι να σταματήσει. Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου – ενέργειας για την κίνηση του σώματος $\Sigma_2$ για τις θέσεις (Γ) και (Δ) που φαίνονται στο παραπάνω σχήμα: $K_{\tau\varepsilon\lambda}^{(\Delta)} - K_{\alpha\rho\chi}^{(\Gamma)} = W_{T_2} + W_{w_2} + W_{N_2}$ ή $-\frac{1}{2}m_2 {v'}_2^2 = -\mu_2 m_2 g S_2$ ή $S_2 = 6{,}25m$.

**γ)** Θεωρούμε ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκεται το σώμα $\Sigma_2$. Από την εφαρμογή της αρχής διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του σώματος $\Sigma_1$ από τη θέση (Γ) αμέσως μετά την κρούση μέχρι την αρχική του θέση (Α), στην οποία ακινητοποιείται στιγμιαία έχουμε:

$E_{\mu\eta\chi(\Gamma)} = E_{\mu\eta\chi(A)}$ ή $K_{(\Gamma)} + U_{(\Gamma)} = K_{(A)} + U_{(A)}$ ή $\frac{1}{2}m_1 {v'}_1^2 = m_1 g l$ ή ή $l = 1{,}25m$.

**δ)** Για να υπολογίσουμε το μέτρο $v_0$ της αρχικής ταχύτητας του σώματος $\Sigma_1$ στη θέση (Α), εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων (Α) και (Γ) για την κίνηση που εκτελεί το σώμα $\Sigma_1$ πριν συγκρουστεί με το σώμα $\Sigma_2$. Συνεπώς ισχύει:

$E_{\mu\eta\chi(A)} = E_{\mu\eta\chi(\Gamma)}$ ή $K_{(A)} + U_{(A)} = K_{(\Gamma)} + U_{(\Gamma)}$ ή

$\frac{1}{2}m_1 v_0^2 + m_1 g l = \frac{1}{2}m_1 v_1^2$ ή $v_0 = \sqrt{v_1^2 - 2gl}$ ή $v_0 = 5\sqrt{3}\, m/s$.

Το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\pi = \frac{\frac{1}{2}m_2 {v'}_2^2}{\frac{1}{2}m_1 v_0^2} \cdot 100 \text{ ή } \pi = 100\%$$

## ΘΕΜΑ Δ

**α)** Το σώμα $m_1$ κάνει Α.Α.Τ. και για τη σταθερά επαναφοράς του ισχύει :

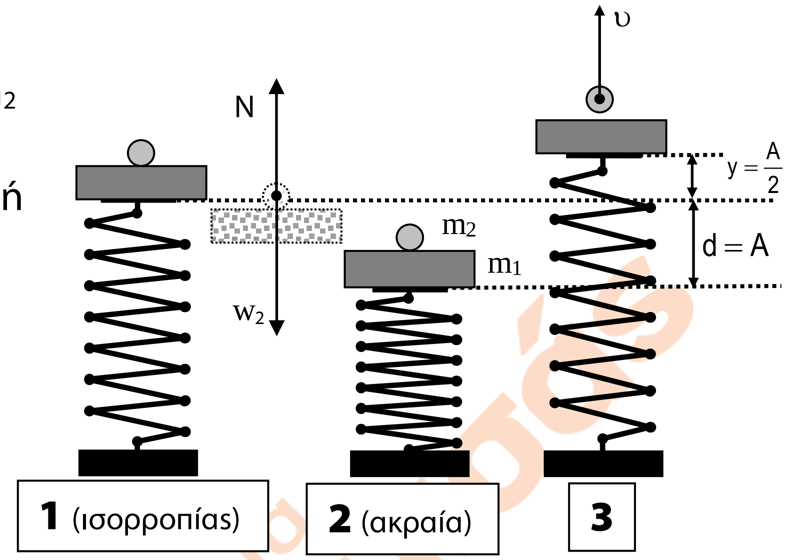
$D_1 = m_1\,\omega^2$ (1) (ω η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης του συστήματος $m_1$, $m_2$). Δηλαδή $\omega = \frac{2\pi}{T} = = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{K}}} = \sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}} = \sqrt{\frac{400}{4}} \Leftrightarrow \omega = 10\frac{rad}{sec}$.

Έτσι η (1) δίνει : $D_1 = 300\frac{N}{m}$. Ομοίως, για το $m_2$ : $D_2 = m_2\omega^2 \Leftrightarrow D_2 = 100\frac{N}{m}$

**β)** Το σύστημα των $m_1$ και $m_2$ θα ταλαντώνεται σαν ένα σώμα, μέχρι να χαθεί η επαφή μεταξύ τους. Αυτό θα συμβεί στη θέση όπου N=0 (N: δύναμη επαφής του $m_1$ στο $m_2$). Για το $m_2$ είναι :

$\Sigma F = -D_2 y \Leftrightarrow N - w_2 = -D_2 y \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow N - 10 = -100y$




Θέτοντας N=0 παίρνουμε $y = 0{,}1\,m$ πάνω από τη θέση ισορροπίας του συστήματος. Το πλάτος της ταλάντωσης ισούται με την εκτροπή που προκαλέσαμε (A = d = 0,2m).

Άρα η επαφή χάνεται στην απομάκρυνση $y = +\frac{A}{2}$.

Από Α. Δ. Ε. στην ταλάντωση έχουμε:

$$\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}Dy^2 + \frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon^2 \Leftrightarrow KA^2 = K\frac{A^2}{4} + (m_1+m_2)\upsilon^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 400\times 0{,}04 = 400\times 0{,}01 + 4\upsilon^2 \Leftrightarrow 16 = 4 + 4\upsilon^2 \Leftrightarrow \upsilon = \pm\sqrt{3}\frac{m}{sec}$$

**γ)** Το σώμα $m_2$ θα χτυπήσει στο σημείο Α του δίσκου με ταχύτητα $\upsilon_2$ η οποία εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. ανάμεσα στις θέσεις 1 και 2 υπολογίζεται ότι θα είναι:

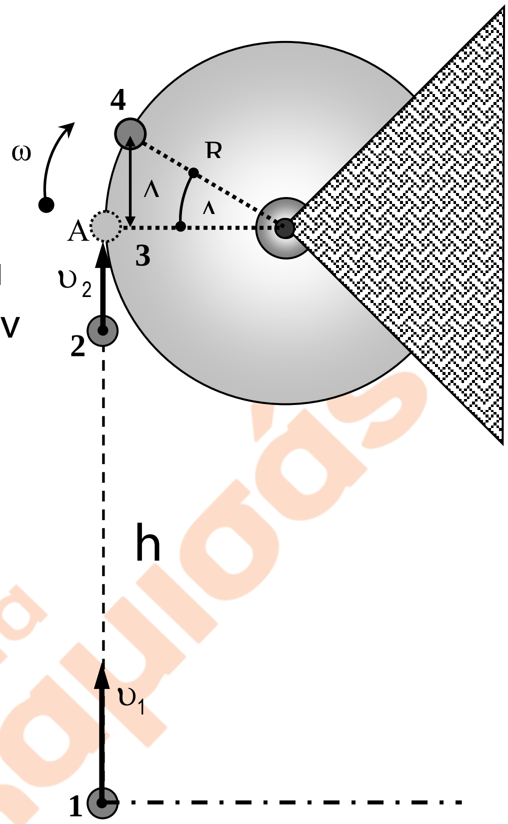
$$\frac{1}{2}m_2\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 + m_2 gh \Leftrightarrow \upsilon_1^2 = \upsilon_2^2 + 2gh \Leftrightarrow 16 = \upsilon_2^2 + 12 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \upsilon_2^2 = 4 \Leftrightarrow \upsilon_2 = 2\frac{m}{sec}$$

Αμέσως μετά την κρούση, το σύστημα των σωμάτων θ' αρχίσει να περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\omega_o$ , η οποία με Αρχή Διατήρησης Στροφορμής υπολογίζεται:

$$\vec{L}_{ολ_{πριν}} = \vec{L}_{ολ_{μετα}} \Leftrightarrow m_2 υ_2 R = I_{ολ}\omega_o \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \omega_o = \frac{m_2 υ_2 R}{\frac{1}{2}MR^2 + m_2R^2} \Leftrightarrow \omega_o = 5\frac{rad}{sec}$$




Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα ξεκινάει περιστροφική κίνηση. Με Α.Δ.Μ.Ε. μεταξύ των θέσεων 3 και 4 βρίσκουμε τη μέγιστη κατακόρυφη ανύψωση ($\Delta h$) του $m_2$ από το σημείο Δ.

Είναι : $\frac{1}{2}I_{ολ}\omega^2 = m_2 g\Delta h \Leftrightarrow \Delta h = \frac{I_{ολ}\omega^2}{2m_2 g} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \Delta h = \frac{(\frac{1}{2}MR^2 + m_2R^2)\omega^2}{2m_2 g} \Leftrightarrow \Delta h = 0{,}1\,m.$$

Άρα για τη γωνία Δθ θα ισχύει: $ημ\Delta\theta = \frac{\Delta h}{R} = \frac{0{,}1}{0{,}2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \Delta\theta = 30^o$

**Από το Φυσικό Τμήμα των φροντιστηρίων Πουκαμισάς Ηρακλείου συνεργάστηκαν:**
**Γ. Μαραγκάκης , Ν. Μπρίγγος , Κ. Παρασύρης**